

## Sumário

<b>Unidade III – Fluidodinâmica .....</b>	<b>2</b>
3.1 – Regimes de escoamento .....	2
3.2 – Linhas de Fluxo ou Linhas de Corrente .....	2
3.3 – Definição de Vazão.....	3
3.4 – Equação da continuidade .....	4
3.5 – Equação de Bernoulli .....	5
3.5.1 – Aplicações do Teorema de Bernoulli .....	7
<b>EXERCÍCIOS DE REVISÃO.....</b>	<b>8</b>
Lista 1 – Fluidodinâmica .....	8
<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>10</b>

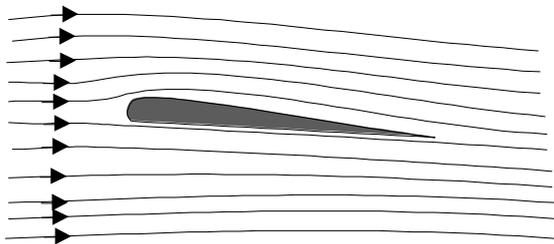
## Unidade III – Fluidodinâmica

A Fluidodinâmica ou Hidrodinâmica estuda os fluidos em Movimento.

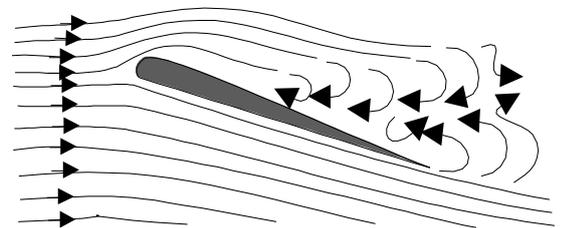
### 3.1 – Regimes de escoamento

O escoamento poderá ser :

- Turbulento (o movimento é irregular)
- Laminar (o escoamento é suave linhas de fluxo paralelas à tubulação)



Fluxo Laminar



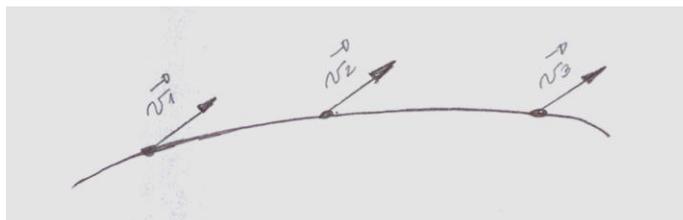
Fluxo Turbulento

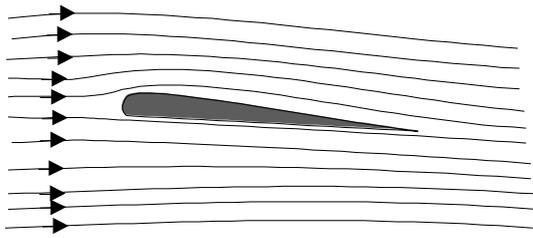
As equações da fluido dinâmica que serão estudadas a seguir consideram o regime de escoamento Laminar.

- Estacionário ao permanente ( escolhendo um ponto P em uma linha de corrente, toda partícula que passa por esse ponto P terá a mesma velocidade, mesma pressão e densidade.

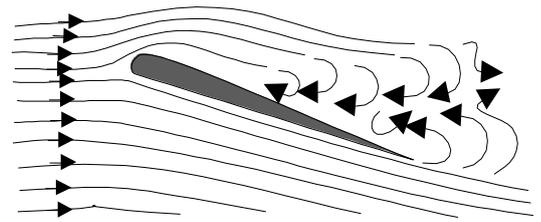
### 3.2 – Linhas de Fluxo ou Linhas de Corrente

Linhas de Fluxo ou Linhas de Corrente é por definição a curva cuja a direção, em cada ponto é tangente ao vetor velocidade do fluido.



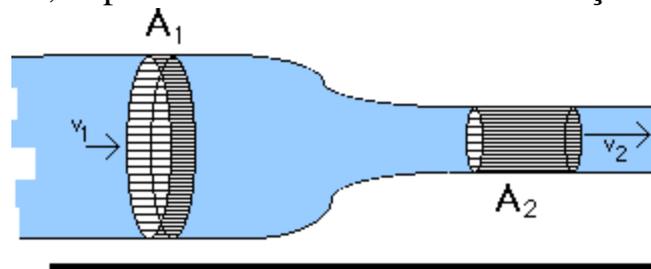


Fluxo Laminar



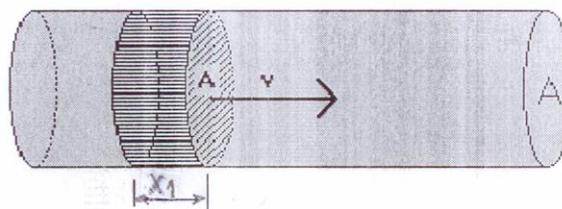
Fluxo Turbulento

**OBS:** A velocidade ao longo de uma linha de fluxo não é necessariamente constante. Ela pode variar, dependendo do diâmetro da tubulação.



### 3.3 – Definição de Vazão

Vazão é o volume que na unidade de tempo atravessa uma seção transversal ou perpendicular as linhas de fluxo.  $Q = V/\Delta$



-Relação entre Vazão e velocidade.

O volume desta tubulação pode ser expresso por:  $V = x_1 \cdot A$  (1)

a definição de vazão é:  $Q = V/\Delta t$  (2)

substituindo a equação (1) na equação (2) temos;  $Q = x_1 \cdot A/\Delta t$

Portanto a equação usada para vazão pode ser:

$$Q = \text{Vol}/\Delta t \rightarrow \text{Vol} = A \cdot x_1$$

Distância / Tempo

$$Q = A \cdot x_1 / \Delta t \rightarrow x_1 / \Delta t = \text{Velocidade} =$$

**Logo**  $Q = A \cdot v$                       **Unidade no (SI)**     $Q = v \cdot A = m^2/s \cdot m \rightarrow m^3/s$

Onde  $Q$  é vazão,  $A$  é área da tubulação e  $v$  é a velocidade

● Outras unidades usuais: l/h, l/s,  $m^3/h$

Exercícios:

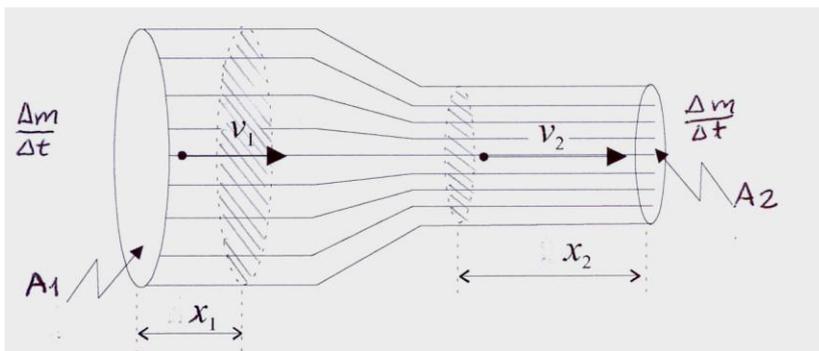
a) Qual é a vazão de um líquido que escoar a uma velocidade de 5m/s em um tubo de PVC de 100 mm?

b) Qual é o diâmetro (em mm) de uma tubulação que está sendo atravessada por um líquido com uma vazão de 1000 l/h, com uma velocidade de 3m/s ?

### 3.4 – Equação da continuidade

Considerando um fluido em escoamento laminar e permanente no interior de um tubo com diâmetro variável :

Vamos considerar uma tubulação com duas regiões diferentes;



$A_1$  maior do  $A_2$

$\Delta m/\Delta t \rightarrow$  fluxo de massa

$$(1) \quad \Delta m/\Delta t = \rho_1 \cdot \text{vol}_1 / \Delta t = \rho_1 \cdot A_1 \cdot x_1 / \Delta t = \rho_1 \cdot A_1 \cdot v_1$$

$$(2) \quad \Delta m/\Delta t = \rho_2 \cdot \text{vol}_2 / \Delta t = \rho_2 \cdot A_2 \cdot x_2 / \Delta t = \rho_2 \cdot A_2 \cdot v_2$$

Como o fluido é incompressível (líquido), o fluxo de massa deve ser constante ao longo da tubulação então:  $\rho_1 \cdot A_1 \cdot v_1 = \rho_2 \cdot A_2 \cdot v_2$

Como o fluido mantém a mesma massa específica  $\rho_1 = \rho_2$

$$\text{então : } \mathbf{A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2} \quad \rightarrow \quad \mathbf{Q_1 = Q_2}$$

Obs:  $\rho = m/v \rightarrow m = \rho \cdot V$

$$V = A \cdot x$$

$A =$  área     $x =$  distância

**Quando diminui a área 2, a velocidade  $v_2$  aumenta e vice-versa.**

Exercícios :

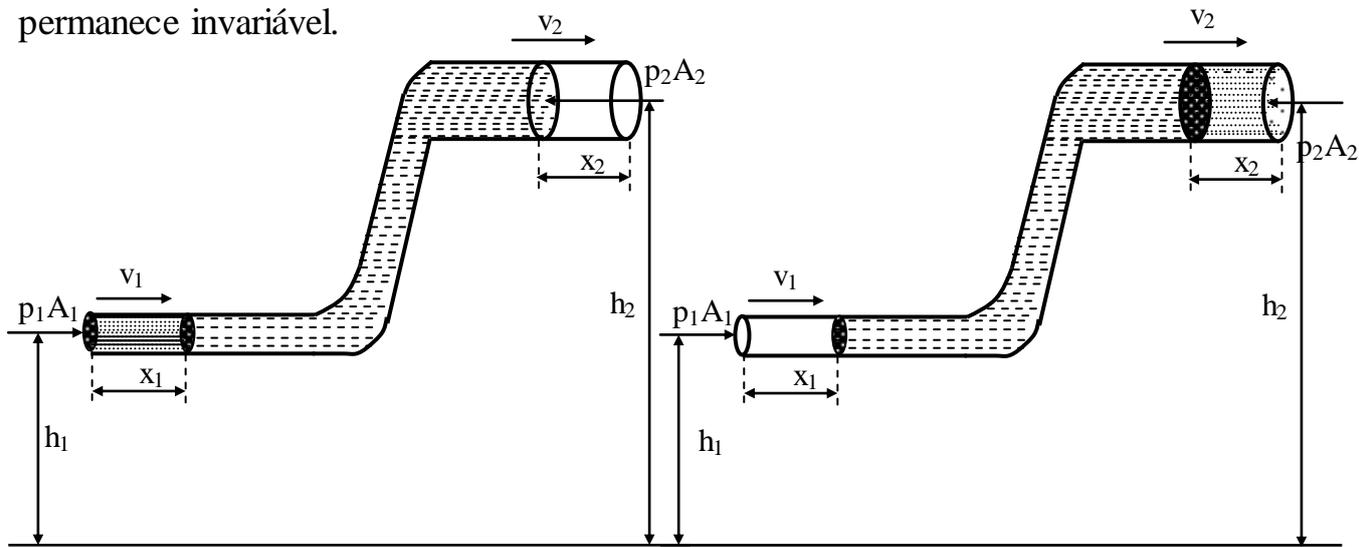
a) Uma instalação hidro-sanitária foi feita com uma tubulação de 1/2". Para instalar um determinado equipamento é necessário uma tubulação de 3/4". Sabendo que a velocidade do fluido na tubulação de 1/2" é de 2m/s, calcule a velocidade na tubulação de 3/4" e a vazão do sistema (em L/h).

### 3.5 – Equação de Bernoulli

Em dinâmica dos Fluidos, a Equação de Bernoulli, descreve o comportamento de um fluido que se move ao longo de um tubo.

As figuras abaixo mostram um fluido escoando no interior de uma tubulação que se eleva gradualmente desde uma altura  $h_1$  até uma altura  $h_2$ , medidas em relação a um plano horizontal de referência. Na região mais baixa, o tubo tem área de secção transversal  $A_1$ , e na mais alta, área  $A_2$ . A pressão do fluido na região inferior do tubo é  $p_1$  e na superior,  $p_2$ .

Consideremos, então, o deslocamento da porção sombreada de fluido desde a região mais baixa do tubo até a região mais alta. Nesse deslocamento, a porção de fluido assinalado com linhas tracejadas permanece invariável.



“A Pressão total ao longo de uma linha de fluxo para um líquido em escoamento laminar é constante”

Numericamente temos:

Energia Potencial  $\rightarrow m \cdot g \cdot h$

Energia de Pressão  $\rightarrow P$   $F_{1 \cdot x_1} + m \cdot g \cdot h_1 + \frac{m \cdot v_1^2}{2} = F_{2 \cdot x_2} + m \cdot g \cdot h_2 + \frac{m \cdot v_2^2}{2}$

Energia Cinética  $\rightarrow \frac{m \cdot v^2}{2}$   $P = \frac{F}{A} \rightarrow F = A \cdot P$

$$A_1 \cdot P_1 \cdot x_1 + m \cdot g \cdot h_1 + \frac{m \cdot v_1^2}{2} = A_2 \cdot P_2 \cdot x_2 + m \cdot g \cdot h_2 + \frac{m v_2^2}{2} \rightarrow A \cdot x = V$$

$$V_1 \cdot P_1 + m \cdot g \cdot h_1 + \frac{m \cdot v_1^2}{2} = V_2 \cdot P_2 + m \cdot g \cdot h_2 + \frac{m v_2^2}{2}$$

Dividimos toda equação por  $m \cdot g$ , temos:

$$\frac{V_1.P_1}{m.g} + \frac{mgh_1}{m.g} + \frac{mv_1^2}{2.mg} = \frac{V_2.P_2}{m.g} + \frac{mgh_2}{m.g} + \frac{mv_2^2}{2mg} \rightarrow \text{fazendo as simplificações temos:}$$

$$\frac{P_1}{\rho.g} + h_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\rho.g} + h_2 + \frac{v_2^2}{2g} \rightarrow \text{como } \rho = \frac{m}{V} \rightarrow \frac{v}{m} \rightarrow \frac{1}{\rho}, \text{ sendo que } \rho.g = \gamma, \text{ logo}$$

temos:

$$\frac{P_1}{\gamma} + h_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + h_2 + \frac{v_2^2}{2g}, \text{ Podemos trocar } h_1 \text{ por } Z_1 \text{ e } h_2 \text{ por } Z_2$$

$$\frac{P_1}{\gamma} + Z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + Z_2 + \frac{v_2^2}{2g} \rightarrow \text{Equação de Bernoulli}$$

- Energia  $\rightarrow$  Princípio da conservação da energia: “A energia não pode ser criada nem distribuída, apenas transformada, ou seja, energia total é constante”.

• Energia Potencial  $\rightarrow Z$

• Energia Cinética (Velocidade)  $\rightarrow \frac{v^2}{2g}$

• Energia de Pressão (Pressão)  $\rightarrow \frac{P}{\gamma}$

O Teorema de Bernoulli implica que não a variação da energia no sistema ( princípio da conservação da energia) . A carga total ao longo de uma linha de corrente é constante para um líquido se movendo em regime permanente.

$\frac{P}{\gamma} \rightarrow$  Pressão estática (altura ou energia piezométrica), trabalho quando submetido a pressão.

$\frac{v^2}{2g} \rightarrow$  Energia ou carga de velocidade (energia cinética )

$Z_1 \rightarrow$  altura ou carga de pressão ( desnível ) Energia potencial, é a capacidade que o peso p possui de realizar trabalho quando abandonado a ação da gravidade.

**“ SE A VELOCIDADE DE UMA PARTÍCULA DE LÍQUIDO AUMENTA ENQUANTO ELE ESCOA AO LONGO DE UMA LINHA DE CORRENTE, A PRESSÃO DO LÍQUIDO DEVE DIMINUIR “**

$\rightarrow$  Considerando a energia perdida pelo fluido;

$$\frac{P_1}{\gamma} + Z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + Z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + hp$$

$h_p \rightarrow$  Energia perdida ( atrito interno, atrito contra as paredes e perturbações no escoamento).

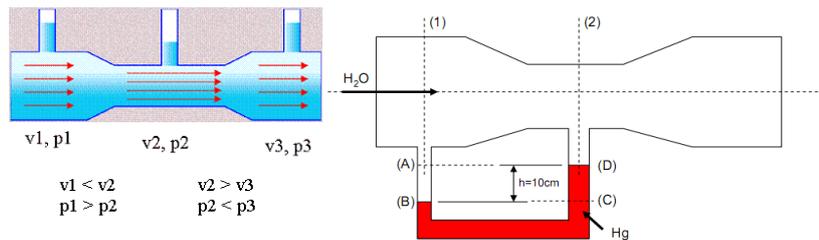
Exercícios:

- a) Um sistema de tubulação tem água escoando. Sendo as seções  $S_1 = 100\text{cm}^2$  e  $S_2 = 50\text{cm}^2$ . Em  $S_1$  a pressão é de  $5000\text{kgf/m}^2$  em  $S_2$  é de  $3000\text{kgf/m}^2$  a elevação no ponto 1 é de  $100\text{m}$  e no ponto 2 é de  $70\text{m}$ . Calcule a vazão do fluido na tubulação.

### 3.5.1 – Aplicações do Teorema de Bernoulli

O teorema de Bernoulli pode ser aplicado a um grande número de situações práticas. A seguir, analisamos as principais aplicações desse teorema em situações do nosso dia-a-dia e também em situações mais técnicas.

#### ● O medidor de Venturi



Consiste em um medidor que é inserido em uma canalização de secção transversal  $S$  para medir a velocidade de escoamento  $v_1$  de um fluido incompressível, de massa específica  $\rho$ , através dela.

#### ● O tubo de Pitot

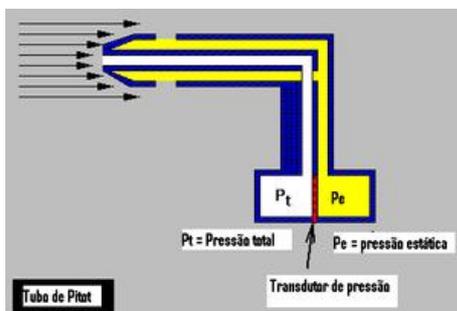
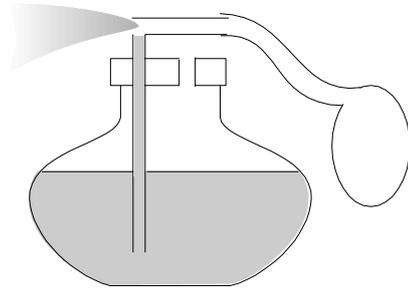


Foto de um tubo de Pitot geralmente colocada sob as asas dos aviões

O tubo de Pitot é um dispositivo utilizado para medir a velocidade de escoamento de um gás – ar, por exemplo.

### •A bomba *spray*

O esquema abaixo ilustra uma bomba *spray* (atomizador) utilizada em frascos de perfume.



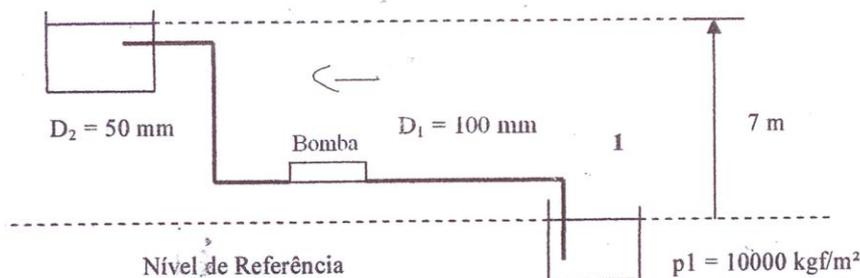
A bomba de borracha ao ser comprimida expelle o ar contido em seu interior a uma alta velocidade. De acordo com o teorema de Bernoulli, a pressão do ar fluindo a alta velocidade através da região superior do tubo vertical é menor que a pressão atmosférica normal atuando na superfície do líquido contido no frasco. Dessa maneira, o líquido é empurrado tubo acima devido à diferença de pressão. Ao atingir o topo do tubo, a coluna líquida é fragmentada em pequenas gotículas (*spray*).

## EXERCÍCIOS DE REVISÃO

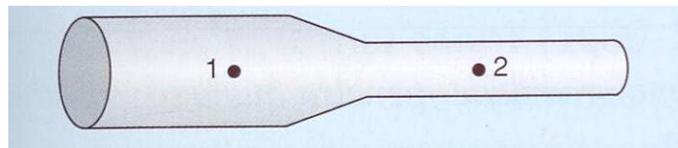
### Lista 1 – Fluidodinâmica

- 1) Uma tubulação tem diâmetro 50mm e nela, está escoando um líquido com uma velocidade de 2,5m/s, qual é a vazão da tubulação?
- 2) Qual é o diâmetro de uma tubulação de PVC que está sendo atravessada por um líquido com uma vazão de 36000l/h, com velocidade de 5m/s?
- 3) Em um sistema de abastecimento de água, foram utilizadas canalizadas com diâmetro menor de 20mm e diâmetro maior de 32mm. Sabe-se que a velocidade da água é de 1,0m/s no diâmetro maior. Calcule a velocidade da água no diâmetro menor?
- 4) De acordo com o desenho abaixo, calcule a velocidade e a vazão do sistema;

$$\rho_{\text{água}} = 1000 \text{ kgf/m}^3$$



- 5) A escoia por uma tubulação que tem diâmetro variável do ponto 1 para o ponto 2, no ponto 1 a velocidade é de 2m/s e no ponto 2 é de 6m/s. A pressão no ponto 1 é de 3atm e no ponto 2 é de 1atm. Calcule o desnível (Z) entre os pontos 1 e 2, tomando como o nível de referência o ponto 1 onde a cota é "zero".
- 6) Água quente circula pela tubulação de um sistema de aquecimento em uma casa. Se a água é bombeada, no térreo, com uma velocidade 0,5m/s através de um cano com 4cm de diâmetro sob pressão de 3atm, determine a velocidade de escoamento e a pressão da água em um cano de 2,6cm de diâmetro, localizado no andar superior, 5m acima do térreo.
- 7) Um medidor de venturi tem diâmetro 10cm no tubo e 5cm no estreitamento. A pressão da água no tubo é 0,85atm e no estreitamento 0,35 atm. Determine a vazão da água em litros/segundo
- 8) Um sistema de escoamento de água em uma tubulação tem seção  $S_1 = 75\text{cm}^2$  e  $S_2 = 30\text{cm}^2$ . Em  $S_1$  a pressão é de  $4600\text{kgf/m}^2$  e em  $S_2$  é de  $24000\text{kgf/m}^2$ . A elevação do ponto 1 é de 60 metros e no ponto 2 é de 24 metros. Calcule a vazão do fluido na tubulação.
- 9) O raio da aorta é cerca de 1,0cm e o sangue flui através dela com velocidade 30cm/s. Calcule a velocidade média do sangue nos capilares dado que cada capilar tem um diâmetro interno  $8 \times 10^{-4}$  cm e que existem literalmente bilhões deles, de modo que a área de seção transversal total dos capilares é de cerca de  $2000\text{cm}^2$ .
- 10) A figura abaixo representa uma tubulação horizontal em que escoia um fluido ideal.



A velocidade de escoamento do fluido no ponto 1, em relação à velocidade verificada no ponto 2, e a pressão no ponto 1, em relação à pressão no ponto 2, são:

- a) maior, maior
- b) maior, menor
- c) menor, maior
- d) menor, menor
- e) maior igual

## BIBLIOGRAFIA

CARRON, Wilson; Guimarães, Osvaldo- As Fases da Física - Volume único.

LUZ, Antônio, Maximo Ribeiro DA - Física Volume 1/ São Paulo: HARBRA, 1994.

BRUNETTI, Franco. Mecânica dos Fluidos. São Paulo: PRENTICE HALL, 2005.

[www2.pelotas.ifsul.edu.br/claudiomachado](http://www2.pelotas.ifsul.edu.br/claudiomachado)

APOSTILA De FHP: Prfº.Amilton C. Moraes – Profª. Andréa Ficher – Profª Márcia Vasconcelos.

APOSTILA – MECÂNICA DOS FLUIDOS; Prof. MSC Luiz E. Miranda J. Rodrigues. IF- São Paulo.